

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
математического анализа
Шабров С.А.



25.05.2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.02 Теория массового обслуживания

- 1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**
02.04.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки/специализации/магистерская программа:** Математические методы и компьютерные технологии в естествознании, экономике и управлении
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Магистр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра математического анализа
- 6. Составители программы:**
Бахтина Жанна Игоревна, к. ф.-м. н.
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета, Протокол от 25.05.2023, №0500-06
- 8. Учебный год:** 2023/2024 **Семестр(-ы):** 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

Основная цель дисциплины «Теория массового обслуживания» состоит в приобретении студентами базовых знаний и представлений о теории массового обслуживания и применении ее к решению практических задач. Основное внимание при этом уделяется освоению студентами основных методов, применяемых для анализа систем массового обслуживания (СМО) различной структуры и сетей СМО.

Задачи дисциплины:

– освоение методики решения задач математического и статистического моделирования СМО и сетей СМО;

– приобретение навыков анализа результатов решения различных практических задач с помощью теории массового обслуживания.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина Теория массового обслуживания относится к части формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен проводить работы по сбору, обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований в области математического моделирования физических и экономических процессов методами математического анализа, а также реализовывать соответствующие математические алгоритмы программно	ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области	Знать: - методы решения оптимизационных задач; - постановки некоторых классических задач математики Уметь: - применять методы исследования к задачам на графах; - применять теорию оптимизации к исследованию разрешимости задач прикладной экономики и управления Владеть: - навыками моделирования процессов; - базовыми методами теории оптимизации при поведении научно-исследовательских работ
ПК-2	Способен анализировать, систематизировать и обоб-	ПК-2.1	Владеет современными методами сбора и анализа иссле-	Знать: - методы анализа научно-технической литературы

	щать передовой отечественный и международный опыт в области математического и компьютерного моделирования различных процессов		дуемого материала, способами его аргументации. Владеет навыками научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языках	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - проводить анализ научно-технической литературы по теме исследования <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками анализа научно-технической литературы по теме исследования
ПК-3	Способен осуществлять разработки планов и методических программ проведения исследований и разработок	ПК-3.3	Имеет практический опыт методической и экспертной работы в области математики и информатики	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные методы построения математических моделей и методы решения полученных задач <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - описывать естественные процессы в виде задач <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - навыками решения построенных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 3/108.

Форма промежуточной аттестации зачет.

13. Трудоемкость по видам учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)			
	Всего	По семестрам		
		2 сем.	...	
Аудиторные занятия	28	28		
в том числе лекции	14	14		
практические	14	14		
лабораторные				
Самостоятельная работа	80	80		
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час./экзамен – <u>36</u> час.)	0	0		
Итого:	108	108		

13.1. Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1	Общие сведения о системах массового обслуживания и о сетях массового обслуживания	Предмет и задачи теории массового обслуживания. Определение СМО. Основные элементы СМО. Классификация СМО: а) по входному потоку, б) по структуре, в) по дисциплине обслуживания. Общие сведения о сетях СМО. Основные методы исследования СМО, сетей СМО, математический аппарат.
2	Свойства и характеристики потоков. Время обслуживания	Простейший поток требований. Свойства вероятностей $P_k(t)$. Интенсивность и параметр потока. Простейший нестационарный поток. Свойство стационарных потоков. Общая форма стационарного потока без последствия. Функции Пальма-Хинчина. Формулы Пальма-Хинчина. Потоки с ограниченным последствием.
3	СМО с потерями	Обслуживающее устройство. Задача Эрланга для конечного числа приборов. Задача Эрланга для регулярного потока. Задача Пальма.
4	СМО с ожиданием	Простейшая однолинейная СМО с ожиданием. Однолинейная СМО в случае постоянной длительности обслуживания. Многолинейные СМО с ожиданием. Некоторые специальные СМО.
5	Управляемые системы массового обслуживания (УСМО)	Критерии оптимальности УСМО. Общие методы изучения УСМО. УСМО с резервными приборами с управлением по длине очереди.
2. Практические занятия		
1	Общие сведения о системах массового обслуживания и о сетях массового обслуживания	Предмет и задачи теории массового обслуживания. Определение СМО. Основные элементы СМО. Классификация СМО: а) по входному потоку, б) по структуре, в) по дисциплине обслуживания. Общие сведения о сетях СМО. Основные методы исследования СМО, сетей СМО, математический аппарат.
2	Свойства и характеристики потоков. Время обслуживания	Простейший поток требований. Свойства вероятностей $P_k(t)$. Интенсивность и параметр потока. Простейший нестационарный поток. Свойство стационарных потоков. Общая форма стационарного потока без последствия. Функции Пальма-Хинчина. Формулы Пальма-Хинчина. Потоки с ограниченным последствием.
3	СМО с потерями	Обслуживающее устройство. Задача Эрланга для конечного числа приборов. Задача Эрланга для регулярного потока. Задача Пальма.
4	СМО с ожиданием	Простейшая однолинейная СМО с ожиданием. Однолинейная СМО в случае постоянной длительности обслуживания. Многолинейные СМО с ожиданием. Некоторые специальные СМО.
5	Управляемые системы массового обслуживания (УСМО)	Критерии оптимальности УСМО. Общие методы изучения УСМО. УСМО с резервными приборами с управлением по длине очереди.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Общие сведения о системах массового обслуживания и о сетях массового обслуживания	2	2		16	20
2	Свойства и характеристики потоков. Время обслуживания	2	2		16	20
3	СМО с потерями	2	2		16	20
4	СМО с ожиданием	4	4		16	24
5	Управляемые системы массового обслуживания (УСМО)	4	4		16	24
Итого		14	14		80	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В целом самостоятельная работа студентов направлена на более глубокое изучение студентами отдельных вопросов курса с использованием рекомендуемой дополнительной литературы и других информационных источников и включает:

- самостоятельное изучение студентами отдельных вопросов, связанных с отдельными частями курса. Необходимые для занятий информационные материалы предоставляются студентам в электронном виде;
- перечень разделов курса, представляемых студентам в форме раздаточного материала с пометкой «самостоятельно»;
- дополнительная проработка лекционных материалов по записям прочитанных лекций и представленного раздаточного материала по тематике курса;
- подготовка к участию в работе практических занятий по предусмотренным программой темам;
- формирование неясных вопросов для их рассмотрения во время лекционных и практических занятий с помощью преподавателя.

Студенты знакомятся с теоретическим материалом в процессе лекционного курса, самостоятельно прорабатывают и усваивают теоретические знания с использованием рекомендуемой учебной литературы, учебно-методических пособий, согласно указанному списку (п.15, 16).

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<i>Пучков В.Ф. Методология построения математических моделей и оценка параметров динамики экономических систем [Электронный ресурс] : мо-</i>

	нография / В.Ф. Пучков, Г.В. Грацинская. — Электрон. дан. — Москва : Креативная экономика, 2011. — 240 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/3993 .
2	Козлов В.Г. Теория массового обслуживания [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Москва : ТУСУР, 2012. — 57 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/10921
3	Карташевский В.Г. Основы теории массового обслуживания [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Москва : Горячая линия-Телеком, 2013. — 130 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/63236

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Ивницкий В.А. Теория сетей массового обслуживания / В. А. Ивницкий .— М. : Физматлит, 2004 .— 772 с.
5	Кирпичников А.П. Прикладная теория массового обслуживания / А.П. Кирпичников ; [науч. ред. А.М. Елизаров] .— Казань : Издательство Казанского государственного университета, 2008 .— 116, [1] с.
6	Замков О.О. Математические методы в экономике : учебник / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных ; [Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова] ; под общ. ред. А.В. Сидоровича .— 5-е изд., испр. — М. : Дело и Сервис, 2009 .— 383 с.
7	Линейное программирование : учебное пособие : [для студ. 2 и 3 к. специальности "Прикладная математика и информатика" и направления "Бизнес-информатика" дневной и вечерней формы обучения фак. прикладной математики, информатики и механики Воронеж. гос. ун-та : для специальности 010501 - Прикладная математика и информатика и направления 080700 - Бизнес-информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: А.Я. Аснина, Н.Г. Аснина .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2011 .— 62 с.
8	Пелих А.С., Терехов Л.Л., Терехова Л.А.. Экономико-математические методы и модели в управлении производством/ А.С.Пелих, Л.Л.Терехов, Л.А. Терехова. — Ростов-на-Дону, «Феникс», 2005. – 248 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
9	http://www.lib.vsu.ru – официальный сайт библиотеки ВГУ
10	http://www.math.vsu.ru – официальный сайт математического факультета ВГУ

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Экономика организации (предприятия, фирмы) : учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению "экономика" и экономическим специальностям / О.В. Антонова [и др.] ; под ред. Б.Н. Чернышева, В.Я. Горфинкеля .— М. : Вузовский учебник, 2008 .— 534

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации.

Доклады осуществляются с использованием презентационного оборудования.

Учебная дисциплина реализуется с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

1. Чтение лекций с использованием слайд-презентаций.
2. Электронный каталог Научной библиотеки ВГУ URL:<https://lib.vsu.ru/>
3. Электронно-библиотечная система Лань URL:<https://e.lanbook.com>
4. Электронно-библиотечная система «Консультант студента». - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/>
5. Электронный образовательный портал Moodle.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

Перечень необходимого программного обеспечения: Microsoft Windows 7 Enterprise, Microsoft Windows Server 2008, Microsoft Windows 10 Enterprise, LibreOffice 5 (*Writer (текстовый процессор)*), *Calc (электронные таблицы)*), Scilab, Maxima, Total Commander, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Общие сведения о системах массового обслуживания и о сетях массового обслуживания	ПК-1, ПК-2, ПК 3	ПК-1.2, ПК-2.1, ПК-3.3	Опрос
2	Свойства и характеристики потоков. Время обслуживания	ПК-1, ПК-2, ПК 3	ПК-1.2, ПК-2.1, ПК-3.3	
3	СМО с потерями	ПК-1, ПК-2, ПК 3	ПК-1.2, ПК-2.1, ПК-3.3	Контрольная работа

4	СМО с ожиданием	ПК-1, ПК-2, ПК 3	ПК-1.2, ПК-2.1, ПК-3.3	
5	Управляемые системы массового обслуживания (УСМО)	ПК-1, ПК-2, ПК 3	ПК-1.2, ПК-2.1, ПК-3.3	Контрольная работа
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен				Перечень вопросов к экзамену

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контрольная работа

Вариант 1

1. В чем состоит отсутствие последствия потока событий. Можно ли считать поток пассажиров, входящих на станцию метро, потоком без последствия? Приведите примеры потоков без последствия и потоков, имеющих последствия.
2. Дайте определение простейшего потока заявок. Поток пассажиров покидающих станцию метро можно считать простейшим?
3. Перечислите основные элементы системы массового обслуживания (СМО). Приведите примеры СМО с ожиданием и с потерями.
4. Как найти $P_k(t)$ – вероятность того, что за некоторый промежуток времени длительности t поступит k требований простейшего потока? Найдите вероятность того, что за 15 минут в аэропорт придут 3 самолета, если известно, что в аэропорт прибывает пуассоновский поток самолетов, в среднем 2 самолета за 5 минут.
5. На АТС, имеющую 4 линии связи, поступает простейший поток вызовов, интенсивность которого $\lambda = 3$ вызова в минуту. Возможные повторные вызовы также входят в этот поток. Вызов, заставший все линии занятыми, получает отказ. Средняя длительность разговора $\bar{t}_{\text{обс}} = 2$ мин.
Найти: а) вероятность отказа ($P_{\text{отк.}}$);
б) пропускные способности АТС. (q – относительную пропускную способность и Q – абсолютную пропускную способность).

Вопросы к зачету

1. Простейший нестационарный поток. (Вывод уравнений для определения вероятностей $P_k(r,t)$).
2. Основные характеристики СМО М/М/п с ожиданием.
3. В речпорт прибывает пуассоновский поток судов, в среднем 6 судов за 12 минут. Найти вероятность того что за 40 минут придут 10 судов.
4. Потоки с ограниченным последствием.
5. Вывод уравнений для $P_k(r,t)$ для СМО М/М/п с потерями.
6. На АТС поступает простейший поток вызовов, в среднем 15 вызовов за 15 минут. Найти вероятность того что за 1 час поступят от 5 до 10 вызовов. Формулы Пальма-Хинчина.
7. Области применения СМО и сетей СМО.
8. На вход трехканальной СМО с "чистым" ожиданием поступает простейший поток требований с интенсивностью 4 требования в час. Время обслуживания требования показательное с параметром $\mu = 2$ (1/мин). Определить, существует ли стационарный процесс обслуживания требований. Если такой режим

существует, то найти вероятности P_k ($k=0,3$) состояний СМО, вероятность наличия очереди и среднюю ее длину. Вывод уравнений Эрланга для СМО М/М/п.

9. Линейные стохастические сети. Интенсивность потоков требований. Структура сети.
10. Решение методом производящих функций уравнений для определения $P_k(r,t)$ (для простейшего нестационарного потока).
11. Методы исследования СМО, сетей СМО. Математический аппарат.
12. Разомкнутые линейные показательные (экспоненциальные) сети.
13. СМО М/М/п с ожиданием.
14. Критерии оптимальности УСМО. Общие методы изучения УСМО.
15. Интенсивность и параметр потока.
16. СМО М/М/1 с отказами. Основные характеристики этой системы.
17. Дан пуассоновский поток вызовов с параметром 15^{-1} минуты. Найти вероятность того, что длина интервала между соседними вызовами составит от 6 до 9 минут.
18. Классификация СМО (по входному потоку, по структуре, по дисциплине обслуживания).
19. Основные характеристики случайного процесса $N(t)$ для СМО типа М/М/п с потерями.
20. На автовокзал прибывает пуассоновский поток автобусов, в среднем 10 автобусов за 20 минут. Найти вероятность того, что за 1 час придут 30 автобусов.
21. Вывод дифференциальных уравнений для $P_k(t)$ для простейшего потока. Решение этих уравнений методом производящих функций.
22. Методы исследования однолинейных СМО с рекуррентным обслуживанием.
23. На вход СМО М/М/2 ожиданием поступает простейший поток с интенсивностью 10 треб./час. Время обслуживания требования 6 (1/мин.). Найти все основные характеристики этой СМО.

Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения)

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие:

- 1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом дисциплины;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение иллюстрировать ответ примерами.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено.

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
<p>Сформированные знания об основных терминах и инструментах дисциплины, о методах самоконтроля и приобретения новых навыков.</p> <p>Сформированное умение абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в</p>	<p><i>Зачтено</i></p>

том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей профессиональной деятельности.	
Фрагментарные знания или отсутствие знаний.	<i>Не зачтено</i>

Для оценивания результатов обучения во время контрольной работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Сформированные знания об основных терминах и инструментах дисциплины, о методах самоконтроля и приобретения новых навыков. Сформированное умение абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей профессиональной деятельности.	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных терминах и инструментах дисциплины, о методах самоконтроля и приобретения новых навыков. Успешное, но содержащее отдельные пробелы умение абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей профессиональной деятельности.	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Неполное представление об основных терминах и инструментах математического анализа, о методах самоконтроля и приобретения новых	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>

<p>навыков. Успешное, но не системное умение абстрактно мыслить, анализировать, производить синтез, самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, изменения вида своей профессиональной деятельности.</p>		
<p>Фрагментарные знания или отсутствие знаний.</p>	–	<i>Неудовлетворительно</i>

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Вопрос 1. *Имеется пуассоновский поток событий с интенсивностью λ . Выберите из предложенных вариантов **неверное** утверждение.*

1. Вероятность появления k событий потока за время t находится по формуле $P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$.
2. λ — это среднее число событий потока, поступающих в единицу времени.
3. Вероятность появления более одного события потока за малый промежуток времени Δt имеет вид $P_{k>1}(\Delta t) = \lambda \Delta t + o(\Delta t)$, $\Delta t \rightarrow 0$.
4. Реализация соответствующего случайного процесса — ступенчатая функция с единичными скачками.

Вопрос 2. *Имеется пуассоновский поток событий с интенсивностью λ . Выберите из предложенных вариантов **неверное** утверждение.*

1. Вероятность появления k событий потока ($k = 0, 1, 2, \dots$) за промежуток времени $(t, t + \tau)$ зависит только от t и не зависит от τ .
2. Время между последовательными событиями потока имеет показательное распределение с параметром λ .
3. Вероятность появления хотя бы одного события потока за промежуток времени t имеет вид $P = 1 - e^{-\lambda t}$.
4. Если $P_{k>1}(h)$ — вероятность появления более одного события потока за промежуток времени h , то $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{P_{k>1}(h)}{h} = 0$.

Вопрос 3. Имеется пуассоновский поток событий с интенсивностью λ . Выберите из предложенных вариантов **неверное** утверждение.

1. Число событий потока X_1 и X_2 , появившихся на непересекающихся промежутках времени Δt_1 и Δt_2 — независимые случайные величины.
2. $\frac{1}{\lambda}$ — это средняя длительность промежутка времени между последовательными событиями потока.
3. Если $P_{k>1}(\Delta t)$ — вероятность появления более одного события потока за промежуток времени Δt , то $P_{k>1}(\Delta t) = o(\Delta t)$, ($\Delta t \rightarrow 0$).
4. Если $t_1 < t_2 < t_3$, то вероятность p появления события потока на промежутке (t_2, t_3) зависит от числа k событий потока, появившихся на промежутке (t_1, t_2) : чем больше k , тем меньше p .

Вопрос 4. Имеется пуассоновский поток событий с интенсивностью λ . Выберите из предложенных вариантов **верное** утверждение.

1. λ — это число событий потока, поступающих в единицу времени.
2. $\frac{1}{\lambda}$ — это длительность промежутка времени между последовательными событиями потока.
3. Если $P_{k \geq 1}(h)$ — вероятность появления хотя бы одного события потока за промежуток времени h , то $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{P_{k \geq 1}(h)}{h} = \lambda$.
4. Если $P_k(t, T)$ — вероятность появления k событий потока на промежутке (t, T) и $t_1 < t_2 < t_3$, то $P_2(t_1, t_3) = P_1(t_1, t_2) \cdot P_1(t_2, t_3)$.

Вопрос 5. Выберите из предложенных вариантов **неверное** утверждение.

1. Слияние двух независимых пуассоновских потоков с интенсивностями λ_1 и λ_2 — снова пуассоновский поток с интенсивностью $\lambda_1 + \lambda_2$.
2. Если пуассоновский поток с интенсивностью λ „разрядить“, выбрав каждое второе событие потока, то получится пуассоновский поток с интенсивностью $\lambda/2$.
3. Если пуассоновский поток с интенсивностью λ „разрядить“, выбирая каждое событие потока с вероятностью p и отбрасывая с вероятностью $1 - p$, то получится пуассоновский поток с интенсивностью λp .
4. Если случайная величина ξ — время между последовательными событиями пуассоновского потока с интенсивностью λ , то функция распределения ξ имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Вопрос 6. Выберите из предложенных вариантов **верное** утверждение. Производящая функция $g(z)$ случайного числа событий пуассоновского потока с интенсивностью λ , появившихся за время t равна

1. $e^{\lambda t(z-1)}$
2. $e^{\lambda t(1-z)}$
3. $e^{\lambda z(t-1)}$
4. $e^{\lambda z(1-t)}$

Вопрос 7. Пусть случайная величина ξ — время между двумя последовательными событиями пуассоновского потока с интенсивностью λ . Преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения ξ имеет вид:

1. $\frac{\lambda}{s + \lambda}$
2. $\frac{s}{s + \lambda}$
3. $\frac{\lambda}{s - \lambda}$
4. $\frac{s}{s - \lambda}$

Вопрос 8. Выберите из предложенных вариантов **неверное** утверждение.

1. Если $g(z)$ — производящая функция случайной величины ξ , то математическое ожидание $M\xi = -g'(1)$.
2. Если $\alpha(s)$ — преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения случайной величины ξ , то математическое ожидание $M\xi = -\alpha'(0)$.
3. Если $\alpha(s)$ — преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения случайной величины ξ , то $\alpha(0) = 1$.
4. Если $g(z)$ — производящая функция случайной величины ξ , то $g(1) = 1$.

Вопрос 9. Выберите из предложенных вариантов **неверное** утверждение.

1. Если $g(z)$ — производящая функция случайной величины ξ , то $g(0) = P\{\xi = 0\}$.
2. Если $\alpha(s)$ — преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения случайной величины ξ , то дисперсия $D\xi = \alpha''(0)$.
3. Если $\alpha(s)$ — преобразование Лапласа-Стилтьеса функции распределения случайной величины ξ — временем между поступлением n -й и $(n+2)$ -й заявками простейшего потока с интенсивностью λ , то $\alpha(s) = \left(\frac{\lambda}{s + \lambda}\right)^2$.
4. Вероятность поступления более одной заявки простейшего потока с интенсивностью λ за время t равна $P_{k>1}(t) = 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t}$.

Вопрос 10. Выберите из предложенных вариантов **неверное** утверждение. В символической нотации Кендалла $A/B/n/t$

1. A – закон, описывающий входящий поток заявок, n – количество линий обслуживания.
2. B – закон, описывающий время обслуживания заявок, t – количество линий обслуживания.
3. A – закон, описывающий входящий поток заявок, B – закон, описывающий время обслуживания заявок.
4. B – закон, описывающий время обслуживания заявок, t – ёмкость накопителя, n – количество линий обслуживания.

Вопрос 11. Выберите из предложенных вариантов **верное** утверждение. В системе массового обслуживания $M/G/1$

1. Имеется M линий обслуживания, закон распределения времени обслуживания – произвольный, ёмкость накопителя равна 1.
2. Имеется G линий обслуживания, входящий поток заявок – простейший, ёмкость накопителя равна 1.
3. Имеется 1 линия обслуживания, входящий поток заявок – простейший, закон распределения времени обслуживания – произвольный.
4. Имеется 1 линия обслуживания, входящий поток заявок – произвольный, обслуживание производится по экспоненциальному закону.

Вопрос 12. Пусть ξ_1 и ξ_2 – независимые неотрицательные случайные величины с функциями распределения $F_1(x)$ и $F_2(x)$, плотностями распределения $f_1(x)$ и $f_2(x)$ (если ξ_1 и ξ_2 – непрерывные с.в.), преобразованиями Лапласа-Стилтьеса $\alpha_1(s)$ и $\alpha_2(s)$ и производящими функциями (если ξ_1 и ξ_2 – целочисленные) $g_1(z)$ и $g_2(z)$ соответственно. Выберите из предложенных вариантов **неверное** утверждение.

1. Функция распределения суммы $\xi_1 + \xi_2$ равна $F_1(x) \cdot F_2(x)$.
2. Преобразование Лапласа-Стилтьеса суммы $\xi_1 + \xi_2$ равно $\alpha_1(s) \cdot \alpha_2(s)$.
3. Производящая функция суммы $\xi_1 + \xi_2$ равна $g_1(z) \cdot g_2(z)$.
4. Плотность распределения суммы $\xi_1 + \xi_2$ равна $\int_0^x f_1(x-t)f_2(t) dt$.

Вопрос 13. Пусть N – среднее число заявок в СМО в состоянии равновесия, T – среднее время пребывания заявки в системе, λ – интенсивность входящего потока заявок. Формула Литтла имеет вид:

1. $T = \lambda N$
2. $T^2 = \lambda N$
3. $N = \lambda T$
4. $N^2 = \lambda T$

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).